

学前儿童解决算术应用题能力的培养研究

胡卫平¹, 李瑞芳²

(1.山西师范大学 教育科学研究院, 山西 临汾 041004; 2.太原幼儿师范学校, 山西 太原 030027)

摘 要: 采用操作法、图示法和语言法, 对 120 名 4-7 岁的学前儿童解答算术应用题的能力进行了为期两周的培养, 结果发现: 学前儿童解答算术应用题的成绩随年龄增长而提高; 运用操作法解题的成绩最好, 其次是图示法, 运用语言法解题的成绩最差, 培养学前儿童解答算术应用题的能力, 应采用操作法、图示法等直观形象的方法; 学前儿童解答转换题的成绩最高, 其次是合并题, 解答比较题的成绩最低。

关键词: 学前儿童; 算术应用题; 能力; 培养

中图分类号: G610 文献标识码: A 文章编号: 1673- 1972(2007) 05- 0102- 06

一、引言

解决算术应用题的能力是一种重要的数学能力, 是思维能力的直接体现。对学前儿童而言, 它还是儿童掌握加减运算的有利工具。因此, 解决算术应用题能力的研究历来受到心理学界和教育界的高度重视, 是儿童数学能力发展研究的热点领域之一。

以往研究者对小学生解决算术应用题的认知发展做了大量的研究^[1-10], 但缺乏对学前儿童解决算术应用题能力的培养研究。本研究选择了操作法、图示法和语言直观法对 4-7 岁的学前儿童解答不同类型的算术应用题进行了实验研究。

二、方法

1. 被试

以随机取样的方式, 在太原幼儿师范学校附属幼儿园中班、大班、学前班各随机抽取 4-5 岁、5-6 岁、6-7 岁儿童 40 人, 共计 120 人。

2. 测试题

共 6 道算术应用题。这些题分为合并、转换和比较三个类型, 每个类型又有加、减两道题, 作为后测用。具体内容见表 1。

3. 实验设计

本研究采用了 3(年龄) × 4(方法) × 3(问题类型) 的三因素混合设计。年龄有 4-5 岁、5-6 岁、6-7 岁

组三个水平; 方法有对照组、操作法、图示法和语言法四个水平; 问题有合并题、转换题以及比较题(各有加减法两种) 三个水平。

表 1 实验测查题

题型	加法题	减法题
转换题	小明有 3 块糖, 小红又给了他 5 块糖, 小明现在有几块糖?	小明有 8 块糖, 他给了小红 3 块糖, 小明现在有几块糖?
合并题	小明有 5 块糖, 小红有 3 块糖, 小明和小红一共有几块糖?	小明和小红一共有 8 块糖, 小明有 5 块糖, 小红有几块糖?
比较题	小明有 5 块糖, 他比小红少 2 块, 小红有几块糖?	小明有 5 块糖, 他比小红多 2 块, 小红有几块糖?

4. 实验程序

第一, 把每个年龄段幼儿随机分成 4 组, 每组 10 人。其中一组为对照组, 不进行任何有关应用题的教学活动。另外三组为实验组, 分别学习运用操作法、图表法和语言直观法解答应用题, 每组分别由一位接受方法培训的教师对幼儿进行教学。实验时间为两周。

第二, 两周后再对被试幼儿进行测试。测试时, 实验者将题目读给幼儿听, 为确保听懂, 可让幼儿复述一遍。对照组的幼儿解题时, 无论使用心算, 还是

收稿日期: 2007- 04- 21
基金项目: 全国教育科学“十五”规划重点课题(DBA030077); 教育部优秀青年教师资助计划项目(2003- 110)
作者简介: 胡卫平(1964-), 男, 山西霍州人, 山西师范大学教育科学研究院院长, 教授, 博士, 中国科学院心理研究所博士生导师, 主要从事课程与教学论、发展与教育心理学研究。

用积木块或手指帮助计算都可以;实验组的幼儿要求分别运用三种方法解题。无论那一组的幼儿只要能得出正确答案,视为在此题上通过,记1分;实在想不出、算不出就说不会做,记0分。

第三,根据被试作答情况进行统计。数据用SPSS10.0软件包进行处理。

5. 教学方法

(1) 操作法

操作法,就是指儿童在教师指导下,运用实物、教具、学具等各种材料,按一定的要求和程序,通过自己动手、动脑活动,学习、掌握数学有关知识与技能的方法。通过操作实物进行学习,可使儿童获得有关数学概念的感性经验,同时也能促进其大脑进行思维。

运用操作法解答应用题的教学步骤:第一,创设操作条件。给儿童准备直观形象的、可操作的、足够的实物供操作用。第二,交待操作规则。在儿童动手操作之前,教师向儿童说明操作的目的、要求及具体的操作方法。第三,进行操作指导。儿童操作的过程中,教师应用有启发性的语言进行指导,以促进儿童的操作活动。注意要保证必要的操作时间,使动作向思维转化成为可能。

运用操作法解答算术应用题的教学案例:

第一步,复习以往所学的知识与技能。

首先,教师出示各种直观教具、玩具,让儿童进行点数。

其次,教师引导学生进行口头游戏,让儿童练习数的组成和分解。

教师:“小朋友,我问你,2和3合起来是几?”

儿童:“老师,告诉你,2和3合起来是5。”

教师:“小朋友,我问你,5可以分成几和几?”

儿童:“老师,告诉你,5可以分成1和4、2和3、3和2、4和1。”

师生反复作10以内数的分合训练,儿童可以以个人为单位也可以以小组为单位作答。

第二步,教师讲解演示,让儿童理解加、减法的含义。

首先,教师拿出2朵小红花,边说:“今天老师给小朋友做了2朵小红花。”又拿出1朵小黄花,说:“又给你们做了1朵小黄花,老师给小朋友一共做了几朵花?”随后让儿童想怎

么算。然后教师边说边演示,把两种颜色的花合并在一起,再逐一点花的朵数,数完后说出“一共有3朵花”。

教师出示4架玩具小飞机,并说:“飞机场上有4架飞机,2架飞机飞走了。”立即拿走2架飞机,并做出飞走动作,然后指着剩下的飞机问儿童:“4架飞机飞走了2架,还剩下几架?”让儿童直接看到2架飞机飞走的过程,又看到减少后的结果,帮助儿童理解减法的含义。

第三步,指导儿童操作,学习解答加、减应用题。

首先,指导个别儿童进行操作活动,其他儿童观察。

教师说“小娟先从盒子里拿出3块积木,又拿出2块积木,她一共拿出几块积木?”然后,请小娟按照老师的要求进行操作,先从盒子里拿3块积木放在桌上,再拿2块积木放在桌上,并做出把两次所拿积木合并起来的动作,最后数出一共有几块积木。

其次,指导所有儿童进行操作活动,解答应用题。

教师发给每个儿童一个盘子(或纸盒),里面有一定数量的小石子。教师说:“请小朋友用左手从盘里拿出4个石子,用右手拿出3个石子,你一共拿出几个石子?”接着问儿童:“你先要做什么?”儿童回答完“先把两只手里的石子合并在一起”后,让他们实际操作。再问:“你还要做什么?”儿童回答完“数一数一共有几个”后,让他们实际数一数。

最后,教师还可以提出其它应用题,让儿童用其它材料进行操作和运算。

如让幼儿解答如下应用题:小明有8个皮球,小红有3个皮球,小明比小红多几个皮球?同时要求其进行以下的操作:首先要拿8个红色的圆片表示小明所有的,然后再拿3个绿色的圆片表示小红所有的,完成上述两个步骤后,把红色的圆片排成一行,然后再把绿色的圆片与其一一对应排成一行。最后通过点数得出结论:多出来的红色圆片共有5个,所以小明比小红多5个皮球(如图1)。



图1 操作法的运用例图

(2) 图示法

图示法,就是利用图形将题目中的已知条件和问题表示出来,把抽象的数量关系形象化,从而由图中找到解题的突破口的一种方法。常用的有点集图示法、线段图示法和矩形图示法。幼儿的思维特点是具体形象思维为主,图表可使任何信息都更直观、形象,从而使幼儿更有效地解决算术应用题。

运用图示法解答应用题的关键是制图,在教学过程中,先通过教师演示运用图示法,让儿童了解到图表生动、有趣,还可以帮助他们解决很多问题,而且运用很方便,使儿童对运用图示法产生兴趣;其次引导儿童对应用题中的事件和数量关系进行分析,知道题目中讲了一件什么事情,已知的数量关系有那些,要求回答的问题与已知的条件之间有什么关系;最后,教儿童制作图、表。制图、表时要依据题目中的数字信息,应用圆点、线、色彩等的描绘制成整齐而准确的图表。

运用图示法解答算术应用题的教学案例:

第一步,出示几幅图表,让儿童了解图表中蕴涵的信息,引起儿童对图表的兴趣。

教师先出示一幅图(如图2),并引导儿童充分发挥想象,说出图上有什么,如盘子里面放着几粒豆子或者饼子上面撒的黑芝麻或者扣子上面有几个小洞等等。教师总结:这幅图可以表示很多实物。大圆可以表示盘子、饼子或扣子等,小圆可以表示豆子、黑芝麻或小洞等,而且数一数还知道它们的数量有多少。



图2 图示法的运用例图

第二步,教师示范用图表表示应用题中的信息并解答算术应用题。

教师提出问题:“我左手里有3块饼干,右手里有2块饼干,我一共有几块饼干?”接着边讲解“我的左手用一个圆表示,在圆里画3个小圆表示左手里的3块饼干”边作图(如图3),然后再画一个大圆,里面画2个小圆,并讲解“这个大圆表示我的右手,小圆表示右手里的两块饼干”。“那么,一共有几块饼干呢?就需要把两个圆合起来”,同时再画一个更大的圆。

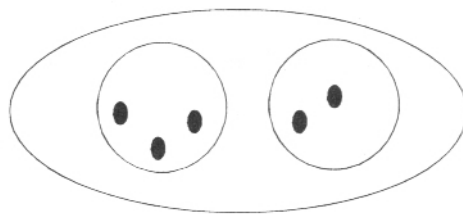


图3 图示法的运用例图

第三步,指导儿童运用图表解答算术应用题。

教师提出问题:“天天有5辆玩具小汽车,送给弟弟2辆,天天还有几辆玩具汽车?”然后帮助儿童分析题中说了一件什么事情,应该怎样表示。请儿童把自己的方法讲给其他小朋友。

第四步,提出各种算术应用题,让儿童用图表解答,练习巩固图示法。

3. 语言直观法

语言直观法,就是运用语言来表述出应用题的数学结构,并在数学结构和基本表征之间建立联系,即用数学知识结构概括所表征问题的数学本质,从而解决该应用题。教儿童运用语言直观法解答应用题时,先让儿童分析应用题中所给的条件和要求回答的问题,然后根据题意分析应该用加法还是减法以及为什么(进行数学表征),最后再进行运算。

运用语言法解答算术应用题的教学活动案例:

第一步,教师借助直观教具,让儿童理解加減含义。

首先,教师边出示教具边说:“树上有2只小鸟,后来又飞来1只小鸟,现在树上共有几只小鸟?”请幼儿思考。

教师提出问题,“这道题先告诉了我们什么?”“后告诉了我们什么?”“问我们的是什么?”请儿童一个一个地回答。(这样能帮助儿童分析题目的意思)

教师接着问:“这题目用什么方法算呢?”请儿童思考后回答。

教师进一步强调:“先飞来2只,又飞来1只,就是把前面的2只和又飞来的1只合起来的意思,这用加法算。”(这样能帮助儿童在理解题目意思的基础上,理解加法的含义并确定运算方法)

其次,教师编各种题目,让儿童理解,“飞来了”、“开来了”、“送来了”等等都是合起来的

意思,用加法。如:“荷叶周围有 3 只小蝌蚪在玩,又游过来 2 只小蝌蚪。荷叶周围一共有几只小蝌蚪在玩?”

第二步,让儿童识别加号、等号,列出算式并用数学语言表征。

首先,教师结合教具编出应用题“草地上先飞来 4 只蝴蝶,后飞来 2 只蝴蝶,草地上一共有几只蝴蝶?”

教师讲解:“草地上先飞来 4 只蝴蝶,用数字 4 表示”,同时把数卡 4 放在 4 只蝴蝶教具的下面。“后飞来 2 只蝴蝶,用数字 2 表示”;同时把数卡 2 放在 2 只蝴蝶教具下面。“一共是几只蝴蝶呢?”待儿童回答是 6 只后,教师出示数卡 6 放在 2 的后面。

教师接着讲解“这道题是把先飞来的和后飞来的蝴蝶合起来,合起来用加号(边出示加号)表示,放在两个数的中间,读作‘加’;等号(边出示等号)表示两边一样多,读作‘等于’,放在两个数的后面;整个式子完整地读作 4 加 2 等于 6。”

其次,教师再继续用不同的口述应用题,引导儿童正确运用运算符号列出算式,得出得数,并用语言表达出来。如,教师出示应用题:“操场上有 3 个小朋友在跳绳,又来了 3 个小朋友,操场上一共有几个小朋友?”儿童要能分析出这道题用加法,因为是变多了,并说出原来的 3 个小朋友和后来的 3 个小朋友合起来一共是 6

个小朋友,也就是 3 加 3 等于 6。

第三步,巩固练习。

利用不同形式进行解答应用题的练习。

三、结果与讨论

1.结果

实验结束后,利用三类测试题对三个实验组和对照组进行了测试,结果如表 2 所示。

为了探讨年龄、方法、问题对解决应用题成绩的影响,我们以解决应用题的成绩为因变量,在年龄、方法和问题(3×4×3)三因素上的差异进行了复方差分析(Manova),结果表明,年龄主效应非常显著,F=16.221, P<0.001; 方法主效应非常显著,F=18.368, P<0.001; 问题主效应非常显著,F=18.773, P<0.001; 而年龄与方法交互作用不显著,F=0.368, P>0.05, 年龄与问题交互作用不显著,F=0.691, P>0.05; 方法与问题的交互作用不显著,F=1.153, P>0.05; 年龄、方法与问题的交互作用不显著,F=0.573, P>0.05。

对年龄主效应作进一步的多重比较,结果表明:6-7 岁的儿童解决算术应用题成绩显著优于另外两个年龄段的儿童,5-6 岁的儿童解题成绩好于 4-5 岁的儿童,但差异不显著,表明学前儿童解答算术应用题的成绩随年龄增长而提高,而且年龄越大,提高的速度越快。

对方法主效应作进一步的多重比较,结果表明:操作法与图示法实验组的成绩均明显高于语言法实验组和对照组(P>0.01);操作法实验组与图示法实

表 2 不同年龄儿童运用不同方法解答不同类型应用题的平均成绩及标准差(M±SD)

方法	题型	4- 5 岁	5- 6 岁	6- 7 岁
对照组	转换题	0.80 ±0.45	1.60 ±0.89	2.00 ±0.00
	合并题	0.60 ±0.89	1.20 ±0.84	1.80 ±0.45
	比较题	0.00 ±0.00	0.40 ±0.55	1.00 ±1.00
操作法	转换题	1.80 ±0.45	2.00 ±0.00	2.00 ±0.00
	合并题	1.20 ±0.84	1.80 ±0.45	2.00 ±0.00
	比较题	1.20 ±1.10	1.20 ±1.10	1.80 ±0.45
图示法	转换题	1.60 ±0.89	1.80 ±0.45	2.00 ±0.00
	合并题	1.60 ±0.55	1.60 ±0.55	2.00 ±0.00
	比较题	0.06 ±0.89	1.20 ±1.10	1.60 ±0.89
语言法	转换题	0.40 ±0.89	1.00 ±1.00	1.40 ±0.89
	合并题	0.20 ±0.45	0.40 ±0.89	1.60 ±0.89
	比较题	0.00 ±0.00	0.40 ±0.89	0.60 ±0.89

验组之间的成绩没有显著性差异($P>0.05$);语言法实验组的成绩明显低于对照组($P<0.05$)。

对问题主效应做进一步的多重比较,结果发现:学前儿童解答转换题的成绩最高,解答比较题的成绩最低;转换题与合并题与比较题的成绩之间有显著差异($P<0.01$);转换题与合并题之间的差异不显著($P>0.05$)。说明儿童解决比较题存在较大的难度。

2. 讨论

年龄的主效应非常显著,说明学前儿童解答算术应用题能力有随年龄而明显提高的趋势。特别是从6岁到7岁儿童解答算术应用题的能力处于快速发展阶段。这是由于随着年龄的增大,儿童的思维能力和数学能力逐步提高的原因。克鲁捷茨基提出了儿童数学能力的成分假设,这些成分包括:数学材料形式化,指形式从内容中分化出来,从具体的数值关系和空间形式中抽象出来,以及用形式的结构来进行运算的能力;概括数学材料,从无关的内容中找出最重要的东西,以及在形式不同的对象中发现共同点,用数字和符号进行运算的能力。^{[11]323-324}布鲁纳认为概念理解的认知结构有三个层次:第一个是操作活动层次,操作活动直接涉及到经验;第二个层次是映象层次,学习涉及到表象的运用;第三个层次是符号层次,是以抽象符号来表达事物。^{[12]20}不同年龄的儿童在解答应用题时,由于他们原有的经验、能力和数学认知结构存在差异,再加上还要进行一系列不同水平的思维活动,因此表现出解答应用题时不同年龄儿童有着不同的水平。王秉铎认为,儿童认知客观事物、吸收外界信息往往同时依靠运动觉、视觉、听觉以及它们的表象、语言和思维等认知成分,不过在发展的不同阶段,吸收信息时这几种成分所占的比重、所起的作用略有不同。^[13]4-5岁的儿童最初主要通过手的运动来解决问题,5-6岁的儿童在动作的基础上,增加了视觉表象,成绩有了提高,6-7岁的儿童不仅可以依靠感知和表象等直接认知成分,而且还能依靠语言和思维等间接认知成分。儿童认知结构的变化使得其解题的能力大大改善,同时他们已具备接受正规数学表征转换的心理机能,能在数学知识结构和基本表征之间建立联系,即用数学知识结构概括所表征问题的数学本质。因此,6-7岁儿童的解题成绩明显优于其它两个年龄段。

研究还表明,各种解题方法对儿童的解题成绩存在着影响,表现为:儿童运用操作法解题的成绩最好,其次是图示法,运用语言法解题的成绩最差。这

是因为:运用操作法,儿童通过操作、转移或移动实物,能与真实世界联系起来,并增进对问题的理解,与儿童的思维能力相适应。这与第纳斯的观点^{[11]295}也是一致的,即所有的数学都是以经验为基础的,因此儿童应从现实经验中抽象出概念和结构;儿童应按一种固定的自然过程学习,即先进行游戏和操作,然后将得来的经验整理成一个有意义的整体,继之产生顿悟和理解,最后是练习运用。运用图表法可以使儿童在一种直观的形式中认识题目中的各种关系,就像温格尔所认为的“模型、图表的运用是学前儿童由直观形象过度到概念思维的最好桥梁,是发展儿童智力的有效武器”^[14]。学前儿童运用语言法解题的成绩明显低于运用操作法和图表法解题的成绩。这是因为学前儿童的思维能力还处于具体形象思维阶段,而用语言法解题需要一定的抽象思维能力,要进行一系列的表征转换,即由基本表征转换成数学表征,再由数学表征选择计算表征,在进行认知加工的同时,还要用恰当的语言来进行表述,这就要求儿童既要动脑还要动口,因此对学前儿童而言难度较大,成绩也就较低。至于语言法解题的成绩低于对照组,这是因为对照组可以利用操作法、图示法等直观形象的方法解题,而语言组只能用语言法解题。这一研究结果还说明,在培养学前儿童解答算术应用题的能力时,应采取操作法、图示法等直观形象的方法,不应采取语言法等抽象的方法。

此外,从结果还可以看出,不同类型的应用题对儿童的解题成绩影响也很大,表现为:儿童解答比较类型的问题比较难,解答转换题和合并题的成绩较好。造成这种结果的原因是因为三类型问题的语义结构不同:转换问题暗含某种转换操作行为,儿童易模仿操作;合并问题包含所陈述的状态之间的关系,只需要表征几个分集的总数量;比较题与转换题相比较,题中没有明确的动作和事件发生的顺序,儿童无法根据题文叙述进行模仿操作,而与合并题相比较,虽然与合并问题一样包含状态间的关系,但它需要以一个集的数量为参照,确定另一集与它的数量关系由于它的三个集之间的关系。所以比较题是三种题型中儿童最难解决的应用题,需要较高的抽象思维能力。Riley^[2]和Carpenter^[15]等人认为由于解比较题的程序相对十分复杂,学前儿童还未获得这些复杂的程序,缺乏解题方法,所以解比较题困难。刘广珠通过观察儿童的解题行为发现^[10],5、6岁的学前儿童已具备解比较题的程序,不能解题是因为程

序没有启动。解比较题比转换题困难, 关键是比较题无暗示动作的动词, 儿童无法操作。要启动比较程序, 就必须加入可操作的动词。

四、结论

通过上述研究, 本文从以下三个方面得出了一些结论:

第一, 4-7 岁的学前儿童解答算术应用题的成

绩随年龄增长而提高。

第二, 4-7 岁的学前儿童运用操作法解题的成绩最好, 其次是图示法, 运用语言法解题的成绩最差, 培养学前儿童解答算术应用题的能力, 应采用操作法、图示法等直观形象的方法。

第三, 4-7 岁的学前儿童解答转换题的成绩最高, 其次是合并题, 解答比较题的成绩最低。

参考文献:

- [1] HUDSON T. Correspondence and Numerical Difference between Disjoint Set[J]. Child Development, 1983, 54.
- [2] RILEY M S, GREENO J G, HELLER J I. Development of Children's Problem Solving Ability in Arithmetic [G]// GINSBERG H P. The Development of Mathematical Thinking. New York: Academic Press, 1983.
- [3] VERSCHAFFEL L, CORTE E S, PAUUELSA. Solving Compare Problems: an Eye Movement Test of Lewis and Mayer's Consistency Hypothesis[J]. Journal of Educational Psychology, 1992, 84(1).
- [4] HEGARTY M, MAYER R E, MONK C A. Comprehension of Arithmetic Word Problem: a Comparison of Successful and Unsuccessful Problem Solvers[J]. Journal of Educational Psychology, 1995, 87(1).
- [5] KINTSCH W. Word Problems[G]// KINTSCH W. Comprehension: a Paradigm for Cognition W. Cambridge University Press, 1977.
- [6] YOSHIDA H V, DECORATE E R. Considerations in Solving Problematic Word Problems: Do Japanese and Belgian Children have the Same Difficulties?[J]. Learning and Instruction, 1997, 7(4).
- [7] 何纪余. 关于小学生应用题结构认知发展的初步研究(一、二)[J]. 心理学报, 1998, (1)、(2).
- [8] 徐敏毅. 儿童解决算术应用题时认知加工过程的实验研究[J]. 心理发展与教育, 1994, (2).
- [9] 徐敏毅. 4-8 岁儿童解决算术应用题认知加工过程的实验研究[J]. 心理发展与教育, 1995, (4).
- [10] 刘广珠. 儿童解决算术应用题认知加工过程及比较图式形成的实验研究[J]. 心理发展与教育, 1996, (2).
- [11] 张奠宙. 数学教育研究导引[M]. 南京: 江苏教育出版社, 1998.
- [12] 金浩主. 学前儿童数学教育概论[M]. 上海: 华东师范大学出版社, 2000.
- [13] 王秉铨. 幼儿认知数概念的调查研究[J]. 福建师范大学学报, 1986, (2).
- [14] 中央教科所. 发展中的苏联教育[M]. 北京: 教育科学出版社, 1989.
- [15] CARPENTER T P, CORBITT M K. Solving Verbal Problems: Results and Implications for National Assessment[J]. Arithmetic Teacher, 1980, (4).

(责任编辑 苏 肖)

The Cultivation of Preschool Children's Ability in Solving Arithmetic Problems

HU Wei-ping¹, LI Rui-fang²

(1. Education Research Academy, Shanxi Teachers University, Linfen, Shanxi 041004, China;

2. Taiyuan Infant Normal School, Taiyuan, Shanxi 030027, China)

Abstract: Using operation, drawing, and language methods, the ability of 120 4-7 years old preschool children in solving arithmetic applying problems was trained for two weeks. The results are as follows: First, with the increase of age, the achievement of preschool children in solving arithmetic applying problems increases. Second, those children who use operation method got the highest score, and those who use language method got the lowest score. The score of children who use drawing method is between operation and language. We should use visual methods like operation and drawing in cultivating preschool children's ability of solving arithmetic applying problems. Third, the children got the highest score in transition problems, and the lowest score in comparison problems. The score of combination problems is between transition and comparison problems.

Key words: preschool children; arithmetic applying problems; ability; cultivation.